

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ СНИЖЕНИЯ РАСКАЧИВАНИЯ ГРУЗА НА КАНАТЕ СТРОИТЕЛЬНОГО КРАНА

Л.А. Голдобина¹, А.В. Власов², А.Л. Бочков³

^{1,3}Санкт-Петербургский государственный университет сервиса и экономики (СПбГСЭ),
191015, Санкт-Петербург, ул. Кавалергардская, 7;

²Ярославская государственная сельскохозяйственная академия (ЯГСХА),
150043, Ярославль, Тутаевское шоссе, 58

Аннотация – Приведены результаты теоретических исследований влияния конструктивных особенностей грузового подвеса на период и амплитуду его колебаний. Предложено устанавливать механический гаситель колебаний в виде присоединенной массы, вес которой незначителен, но способствует снижению периода колебания гибкого подвеса на величину, зависящую от места расположения присоединенной массы по длине подвеса.

Ключевые слова: груз; подвес; маятник; дополнительная масса; период колебаний.

THEORETICAL SUBSTANTIATION OF DECREASE THE ROCKING OF CARGO ON THE ROPE OF THE BUILDING CRANE

L.A. Goldobina, A.V. Vlasov, A.L. Bochkov

St.-Petersburg state university of service and economy (SPbSUSE),
191015, St.-Petersburg, street Kavalergardsky, 7;

Yaroslavl state agricultural academy (YSAA), 150043, Yaroslavl, Tutaevsky highway, 58

The summary – Results of theoretical researches of influence of design features cargo rope for the period and amplitude of its fluctuations are resulted. It is offered to establish a mechanical quencher of fluctuations in the form of the attached weight which weight is insignificant, but promotes decrease in the period of fluctuation flexible rope on the size depending on the location of the attached weight on length of a rope.

Keywords: cargo; rope; a pendulum; additional weight; the period of fluctuations.

Известно, что раскачивание груза на канате строительного крана – опасный и неустраняемый процесс, следствием которого является длительное уравнивание груза, что увеличивает напряженность труда крановщика, усложняет работу стропальщиков на строительной площадке, снижая при этом темп работ и производительность труда в целом. Мероприятия по уменьшению колебаний груза на грузовом подвесе строительного крана могут привести к существенному повышению производительности строительно-монтажных работ (\approx на 20%) [1].

Инженерно-техническое решение, разработанное на уровне изобретения [2], основано на предположении сокращения периода колебаний гибкого подвеса с использованием присоединения дополнительной массы.

Основанием для такого предположения послужила известная теорема об

изменении периода маятника от присоединенной массы, приведенная в монографии «Определение моментов инерции» М.М. Гернета и В.Ф. Ратобильского [3]: «от присоединения к физическому маятнику точечной массы период его качаний уменьшится, если масса присоединена к маятнику между осью подвеса и центром качания, и увеличится, если масса присоединена ниже центра качания».

При доказательстве теоремы авторы рассматривают тело, подвешенное в точке O , которое может качаться относительно горизонтальной оси, проходящей через точку подвеса O (рис. 1), с периодом:

$$T_1 \approx 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgc}} \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

где: m – масса маятника; $J = mcl$ – момент инерции относительно оси подвеса; l – приведенная длина. Известно, что длина математического маятника, качающегося

синхронно с физическим маятником, называется приведенной длиной физического маятника [3].

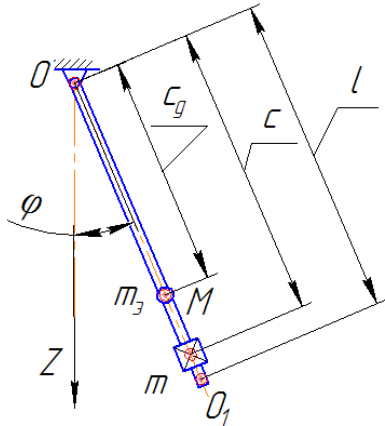


Рисунок 1 – Схема маятника сравнения и иллюстрация к теореме о присоединенной массе

Если к маятнику, находящемуся в равновесии, в точке M , лежащей ниже оси подвеса на одной с ней вертикали на расстоянии $OM=c_3$, присоединить некоторую точечную массу m_3 , то период малых колебаний маятника с присоединенной массой будет равен:

$$T_2 \approx \sqrt{\frac{mcl + m_3 c_3^2}{g(mc + m_3 c_3)}} \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{mc + m_3 \frac{c_3^2}{l}}{mc + m_3 c_3}}. \quad (2)$$

Таким образом, $T_2 < T_1$, если второй радикал в выражении (2) меньше 1, а значит должно выполняться условие:

$$mc + m_3 \frac{c_3^2}{l} < mc + m_3 c_3 \text{ или } c_3 < l, \quad (3)$$

в противном случае период колебаний увеличится.

Данная теорема подтверждается решением известной задачи, приведенной в сборнике задач по теории колебаний В.А. Светлицкого и И.В. Стасенко [4].

Условие задачи. На гибком подвесе длиной l ($l=l_1+l_2$, $l_1=l_2$) закреплены две точечные массы m_1 и m_2 (рис. 2, а, б, в). Жесткость подвеса EI_x . Пренебрегая действием силы тяжести и массой подвеса определить частоту и формы собственных колебаний системы в плоскости чертежа.

Кинетическая энергия системы в произвольный момент времени (рис. 2, а) будет равна:

$$T = \frac{m_1 \dot{u}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{u}_2^2}{2}. \quad (4)$$

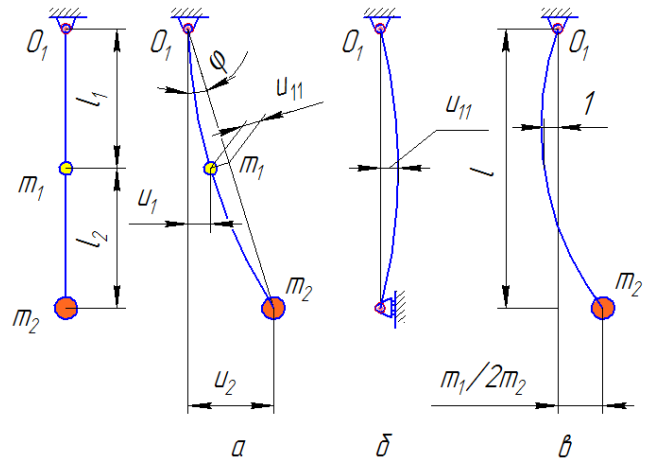


Рисунок 2 – Расчетная модель к задаче о сокращении периода колебаний при закреплении груза в середине подвеса

При определении потенциальной энергии изгиба подвеса его можно рассматривать как балку на двух опорах (рис.2, б, в). Поскольку изгибающие моменты в верхней и нижней точках равны 0, то потенциальная энергия будет равной

$$\Pi = \frac{cu_{11}^2}{2}, \text{ где } c = \frac{6EI_x}{l_{(2)}^3} \text{ жесткость консольной балки при изгибе.}$$

В случае малых колебаний $u_1 = l_1 \sin \varphi \approx l_1 \varphi$; $u_2 = (l_1 + l_2) \sin \varphi \approx (l_1 + l_2) \varphi$. С учетом этого допущения уравнения движения масс примут вид:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{u}_1 + cu_1 - \frac{c}{2} u_2 = 0; \\ m_2 \ddot{u}_2 + \frac{c}{4} u_2 - \frac{c}{2} u_1 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Характеристическое уравнение для этой системы примет вид:

$$p^2 \left[m_1 m_2 p^2 - \left(\frac{cm_1 + cm_2}{4} \right) \right] = 0, \quad (6)$$

где p – частота колебаний системы, 1/с. Из уравнения (6) получено значения частоты с учетом подстановки значения жесткости системы при изгибе:

$$p_1 = 0, \quad p_2 = \sqrt{\frac{6EI_x(m_1 + 4m_2)}{4l_{(2)}^3 m_1 m_2}}. \quad (7)$$

При условии, что $E=2 \cdot 10^{11}$ Па; $I_x=0,05 \cdot d^4=0,05^5$ (м⁴); $m_1=20$ кг; $m_2=500$ кг; $l=40$ м; $l_1=l_2=20$ м, получаем: $p_2=0,694$ 1/с, а $T=2\pi/p_2=9,06$ (с), что в 1.39 раза

меньше, чем период колебаний маятника с $l=40$ м и ; $m_2=500$ кг без присоединенной массы.

Т.о., следует полагать, что при закреплении посередине гибкого подвеса длины l дополнительной массы m_1 , значительно меньшей массы основного груза, период колебаний системы сокращается примерно в 1.4 раза, что может являться основанием для дальнейших рассуждений, а именно: должна существовать зависимость между периодом колебаний гибкого подвеса от его длины, масс основного и присоединенного грузов и места расположения последнего по длине подвеса, которая позволит разработать способ и устройство, направленные на стабилизацию колебательного процесса грузового каната строительного крана.

Для получения такой гипотетической зависимости необходимо определить с моделью, на основании которой возможен вывод уравнения.

Большинство исследователей данной проблемы в качестве модели выбирают математический маятник, то есть для исследования колебательной системы «канат – груз» можно принять следующие условия:

- грузовой канат представляет собой гибкий подвес, масса которого мала по сравнению с массой поднимаемого груза, и, следовательно, может не учитываться;

- относительное удлинение (растяжение) каната под действием силы тяжести поднимаемого груза или каких-либо внешних динамических нагрузок невелико по сравнению с длиной каната, и поэтому может также не учитываться;

- размеры поднимаемого груза и присоединенной массы малы по сравнению с длиной каната, следовательно, массы m_1 , m_2 , могут считаться точечными, то есть моменты инерции грузов не учитываются.

Т.о., гибкий подвес «канат-груз» может быть смоделирован в виде математического маятника, совершающего малые свободные колебания. При этом будем считать систему консервативной, а колебания незатухающими.

Однако прежде чем перейти к выводу гипотетической зависимости, выясним с помощью основных сведений из теории ошибок:

1. Какова погрешность от пренебрежения размером груза;

2. Какова погрешность допущения, что грузовой канат невесом и нерастяжим.

Известно, что физический маятник – это тяжелое твердое тело, имеющее возможность свободно вращаться на оси под действием силы тяжести [3] (рис. 3, а). С теорией физического маятника тесно связана теория математического маятника, состоящего из одной материальной точки массой m , совершающей под действием своего веса плоские колебания около неподвижной точки O , с которой она соединена невесомой и нерастяжимой гибкой нитью длиной l (рис.3, б). При этом периоды малых колебаний физического и математического маятников определяются согласно известным выражениям [3]:

$$T_{\phi} \approx 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgc}}; \quad T_M \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (8)$$

где: J – момент инерции тела относительно оси вращения, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; m – масса тела, кг ; c – расстояние от оси подвеса до центра масс, м ; l – длина нити, м .

Период колебаний математического маятника сравнения, качающегося синхронно с физическим маятником определяется выражением [3]:

$$\begin{aligned} T_{\phi} &\approx 2\pi \sqrt{\frac{J_c + ml^2}{mgl}} = \dots \\ \dots &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{1 + \frac{J_c}{ml^2}} > T, \end{aligned} \quad (9)$$

где J_c – момент инерции груза относительно центральной оси, параллельной оси подвеса, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$. Согласно теореме Гюйгенса-Штейнера-Эйлера [5] момент инерции груза относительно оси подвеса равен:

$$J = J_c + ml^2. \quad (10)$$

Момент инерции груза J_c относительно центральной оси, параллельной оси подвеса, увеличивает период колебаний маятника, но незначительно, поэтому

можно принять $T_{\phi} \approx T_{cp} \approx T_m$. Убедимся в этом на конкретных примерах.

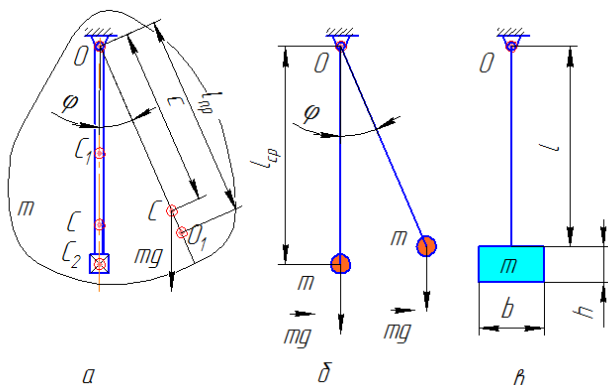


Рисунок 3 – Схемы колебательной системы типа «маятник»: физический, математический сравнения

Точность приближенной формулы оценивают относительной погрешностью, определяемой выражением [3]:

$$\delta F_{\text{прибл}} = \frac{F_{\text{точн}} - F_{\text{прибл}}}{F_{\text{точн}}}, \quad (11)$$

где в качестве точной оценки будем рассматривать период колебаний маятника с учетом размера груза, веса и длины нити, а в качестве приближенной оценки – период колебаний математического маятника.

Рассмотрим, какова погрешность от пренебрежения размером груза. В качестве груза примем балку сборную железобетонную обвязочную БПЗ-1 с размерами 5500x250x290 мм и железобетонную плиту перекрытия размерами 12000x1500x220 мм. Длину подвеса примем переменной: 10, 20, 30 м. Момент инерции балки относительно центральной оси (рис.3, в) определяется по формуле:

$$J_c = m \frac{b^2 + h^2}{12}, \quad (12)$$

где b, h – линейные размеры балки. Результаты вычислений приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты расчета погрешности от пренебрежения размером груза

Длина подвеса l , м	b , м	h , м	T_m , с	T_{cp} , с	Погрешность $\delta_{разм}$
Балка обвязочная БПЗ-1					
10	5,5	0,29	6,341	6,417	0,012 или 1,20 %
20			8,967	8,967	0,003 или 0,30%
30			10,982	10,993	0,001 или 0,10%
Плита перекрытия железобетонная					
10	12	0,22	6,341	6,709	0,055 или 5,5%
20			8,967	9,102	0,015 или 1,5%
30			10,982	11,048	0,006 или 0,6%

Приведенные в табл. 1 данные расчета погрешности периода колебаний грузового подвеса при условии пренебрежения размерами груза позволяют сказать, что значения погрешности незначительны, когда размер груза меньше длины подвеса, и допустимы в случае, когда размер груза соизмерим с длиной подвеса. Погрешность уменьшается, а значит, точность возрастает с увеличением расстояния от центра тяжести груза до оси подвеса.

Рассмотрим далее, как влияет на период колебаний грузового подвеса его вес и длина.

При условии, что J_c – момент инерции груза относительно центральной оси симметрии, кгм^2 ; m – масса груза, кг; l – длина нити, м; μ – масса нити, кг, период колебаний маятника сравнения с учетом массы нити определяется выражением (13) [3]:

$$T_{cp}^{\mu} = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + \frac{1}{3}\mu l^2 + ml^2}{g(ml + \frac{1}{2}\mu l)}}. \quad (13)$$

Исходные данные и результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты расчета погрешности от пренебрежения массой и длиной нити

Длина подвеса l , м	m , кг	b , м	h , м	μ , кг	T_m , с	T_{cp}^{μ} , с	Погрешность $\delta_{m,l}$
Балка обвязочная БПЗ-1							
10	500	5,5	0,29	23,4	6,341	6,393	0,008 или 0,80 %
20				46,8	8,967	8,924	-0,005 или -0,50%
30				101,4	10,982	10,827	-0,014 или -1,40%
10	500	5,5	0,29	46,8	6,341	6,368	-0,004 или -0,40 %
20				93,6	8,967	8,867	-0,011 или -1,10%
30				202,8	10,982	10,682	-0,028 или -2,80%

Период колебаний груза на весовой нити уменьшается с увеличением массы и длины нити. Причем период колебаний маятника на весовой нити меньше, чем математического маятника такой же длины, вероятно потому, что вес нити приложен между грузом и точкой подвеса (результат согласуется с теоремой о присоединенной массе). При этом влияние массы и длины нити на абсолютное значение периода колебаний незначительно.

Известно, что под действием динамической нагрузки даже хлопчатобумажная нить практически не изменяет

своей длины [3]. Натяжение нити меняется в зависимости от угла наклона маятника в следующих пределах [3]:

$$\begin{aligned} R_{\min} &= mg \cos \varphi_0; \\ R_{\max} &= mg(1 + \varphi_0^2), \end{aligned} \quad (14)$$

где φ_0 – угловая амплитуда колебаний маятника. При больших амплитудах изменение натяжения невелико.

Таким образом, в целом результаты вычислений показывают, что размеры груза, масса и длина подвеса на период колебаний влияют незначительно, а поэтому нить можно принимать идеальной, а маятник сравнения – математическим.

Таблица 3 – Влияние на натяжение нити значения угловых амплитуд маятника

φ_0 , град.	5	10	15	20	25
R_{\max} , Н	1,00mg	1,03 mg	1,07 mg	1,12 mg	1,19 mg
R_{\min} , Н	1,00 mg	0,98 mg	0,97 mg	0,94 mg	0,91 mg

Т.о., в целом результаты вычислений показывают, что размеры груза, масса и длина подвеса на период колебаний влияют незначительно, а поэтому нить можно принимать идеальной, а маятник сравнения – математическим.

На основании анализа известных методов исследования динамических систем типа «маятник» и прикладных задач теории колебаний, представленных в работах М.А. Красносельского, В.И. Зубова, Л.И. Мандельштама, А.Ю. Ишлинского, К. Магнуса, Т.Г. Стрижак, А.П. Маркеева, М.М. Гернета, В.Ф. Ратобильского, С.П. Стрелкова, В.А. Светлицкого, И.В. Стасенко, М.И. Батя, Г.Ю. Джанилидзе, А.С. Кельзона, Я.Г. Пановко и других [3-8], было проведено теоретическое исследование существования воз-

можности снижения периода колебаний за счет изменения системы подвеса с использованием «присоединенного» груза [9,10].

Реальная колебательная система «канат – груз» была рассмотрена с учетом следующих допущений: поднимаемый груз, размеры которого значительно меньше длины грузового каната, представляет точечную массу m_2 ; последняя закреплена на нерастяжимом канате длиной l , масса которого значительно меньше массы поднимаемого груза, а поэтому ее влияние на колебательный процесс не рассматривалось; канат шарнирно закреплен в точке О (Рисунок 4,а); канат принят нерастяжимым стержнем. На расстоянии l_1 от точки О на стержне установлен дополнительный груз в виде то-

чечной массы m_1 (точка С). Общая длина стержня l определяется выражением: $l = l_1 + l_2$, при этом $l_1 \neq l_2$, l_2 – расстояние от точки С до центра масс основного груза m_2 (точка К). Система «канат – груз» вращается относительно горизонтальной оси ОХ, расположенной перпендикулярно плоскости чертежа и проходящей через точку О. При этом стержень можно рассматривать аналогично расчетной схеме рассмотренной выше задачи [4] как вертикальную балку на двух опорах (рис. 4, б) с различными формами колебаний. Грузовой подвес может быть рассмотрен и как вертикальная балка на двух опорах с консолью (рис. 4, в) и сосредоточенной активной силой \bar{F} в пролёте ОС, вызванной эксплуатационно-техническими причинами или ветровыми воздействиями (равномерно распределенная ветровая нагрузка может быть заменена сосредоточенной силой). Этой балке соответствует фиктивная балка с распределенной определенным образом нагрузкой в пролёте и соответствующими схеме загрузки изгибами (рис. 4, з). Кроме того, стержень можно рассматривать и как балку с шарнирно сочлененными составляющими ОС и СК, что, по сути, представляет собой при принятых выше допущениях двойной математический маятник, способный принимать различные колебательные формы (рис. 4, д, е).

Приведем исследование малых колебаний двойного маятника с двумя степенями свободы φ_1, φ_2 посредством использования известных выражений для вычисления главных колебаний, завися-

щих от параметров маятника [3], при этом первое главное колебание (рис. 4, д) происходит так, что нити ОС и СК в каждое мгновение могут быть отклонены по одну и ту же сторону от вертикали. Отношение углов, образованных ОС и СК с вертикалью, остается постоянным $\varphi_1 : \varphi_2 = \beta_1$. Во втором главном колебании (рис. 4, е) углы отклонения находятся по разные стороны от вертикали при неизменном соотношении углов $\varphi_1 : \varphi_2 = \beta_2$.

Частоты главных колебаний определяются следующими выражениями:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1} \cdot \frac{1}{2r_u^2} [l_2^2 + r_u^2 + l_1 l_2 - \sqrt{(l_2^2 + r_u^2 + l_1 l_2)^2 - 4l_1 l_2 r_u^2}]};$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l_1} \cdot \frac{1}{2r_u^2} [l_2^2 + r_u^2 + l_1 l_2 + \sqrt{(l_2^2 + r_u^2 + l_1 l_2)^2 - 4l_1 l_2 r_u^2}]},$$

(15)

где r_u – радиус инерции груза m_2 относительно центральной оси, то есть оси, проходящей через центр масс груза, м. Масса нитей мала по сравнению с массой основного груза и при выводе выражений (15) не учитывалась. Периоды главных колебаний маятника вычисляются согласно выражениям:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}; \quad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \quad (16)$$

В табл. 4 представлены исходные данные и результаты расчета периодов колебаний двойного маятника в зависимости от общей длины подвеса, расположения присоединенной массы на подвесе, радиуса инерции основного груза относительно центральной оси и формы главных колебаний.

Таблица 4 – Результаты исследования периода колебаний двойного маятника

$l, \text{ м}$	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$r_u, \text{ м}$	$\omega_1, 1/\text{с}$	$T_1, \text{ с}$	$\omega_2, 1/\text{с}$	$T_2, \text{ с}$	$T_{\text{сред}}, \text{ с}$	$T, \text{ с без } m_1$
20	15	5	2,75	0,339	18,525	3,031	2,072	10,299	8,967
20	18	2	2,75	0,693	9,062	1,717	3,657	6,360	8,967
20	17	3	1	0,700	8,971	5,892	1,066	4,822	8,967
30	25	5	1	0,571	10,998	7,676	0,818	5,908	10,982

Анализ приведенных в табл. 4 результатов исследования периода колебаний двойного маятника позволяет предположить, что присоединенная масса m_1 , вес которой незначителен, и поэтому не

учитывался, может способствовать снижению периода колебания гибкого подвеса, причем уменьшение периода колебаний зависит от места расположения присоединенной массы по длине подвеса.

Чем меньше расстояние от центра масс основного груза до места расположения дополнительного груза, тем существеннее влияние последнего на снижение периода колебаний двойного маятника. Грубое предположение того, что первое и второе главные колебания равно возможны, позволило рассчитать среднее значение периода колебаний $T_{\text{сред}}$, которое, в случае низшего положения m_1 на подвесе, значительно меньше периода колебаний математического маятника с одной точечной массой m_2 .

Перейдем к выводу зависимости, позволяющей в производственных условиях реализовать способ, направленный на уменьшение колебаний грузового подвеса.

Воспользуемся известным дифференциальным уравнением для вращения твердого тела вокруг неподвижной оси [11]:

$$I_X \ddot{\varphi} = \sum_{i=1}^n m_X (F_i^e), \quad (17)$$

где: I_X – момент инерции твердого тела относительно оси вращения OX ; φ – угловое ускорение подвеса; $m_X F_i^e$ – момент внешних сил, приложенных к подвесу, относительно оси OX .

Если рассматривать грузовой подвес как сплошной невесомый стержень с присоединенной на нем точечной массой m_1 на расстоянии l_1 от оси закрепления подвеса и точечной массой m_2 , имитирующей основной груз, установленный на конце подвеса на расстоянии l от его оси (рис. 4, а), то момент инерции должен определяться выражением:

$$I_X = m_1 l_1^2 + m_2 l^2, \quad (18)$$

а сумма моментов всех внешних сил относительно оси вращения равна

$$\sum_{i=1}^n m_X (F_i^e) = -m_1 g l_1 \sin \varphi - m_2 g l \sin \varphi, \quad (19)$$

где φ – угол отклонения грузового подвеса от вертикали.

Однако следует отметить, что помимо колебания подвеса относительно оси, проходящей через точку его закрепления (точка O), возможно и самостоятельное колебание части подвеса l_2 с грузом m_2 относительно оси (CX_1), перпен-

дикулярной плоскости чертежа и проходящей через точку C закрепления дополнительного груза m_1 (рис. 4, б).

Исследования колебаний динамических систем типа «маятник» с целью определения эффективных путей, направленных на разработку механических гасителей колебаний, свидетельствуют, что при определенных возмущениях возможны ситуации, при которых первая масса (m_1) может оставаться в покое [12]. Кроме того, воспользуемся для дальнейших рассуждений понятием парциальной системы, то есть системы с одной степенью свободы, которая получается из данной системы с двумя степенями свободы при «закреплении» одной из координат [12].

При таком условии колебания масс m_1 и m_2 совершаются самостоятельно, соответственно, относительно осей OX и CX_1 , тогда исходя из требования (17) уравнения (18) и (19) примут вид:

$$\begin{cases} I_X = m_1 l_1^2; \\ I_{X_1} = m_2 l_2^2; \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} m_X (F_i^e) = -m_1 g l_1 \sin \varphi_1; \\ m_{X_1} (F_i^e) = -m_2 g l_2 \sin \varphi_2; \end{cases} \quad (21)$$

При допущении условия $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, что возможно только при малых колебаниях системы, а именно они и имеют место в реальной производственной обстановке, и подстановке (20), (21) в (17) получаем:

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\varphi} = -(m_1 l_1 + m_2 l_2) g \sin \varphi.$$

Отсюда находится угловое ускорение системы:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= -\frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} g \sin \varphi, \text{ или} \\ \ddot{\varphi} + \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} g \sin \varphi &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Известно, что дифференциальное уравнение колебаний математического маятника имеет вид [11]:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0. \quad (23)$$

Если принять в качестве длины эквивалентного математического маятника выражение [13]:

$$l = \frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{m_1 l_1 + m_2 l_2}, \quad (24)$$

то при условии малых колебаний маятника, когда $\sin \varphi \approx \varphi$, уравнение (22)

примет вид аналогичный уравнению (23).

Уравнение (22) можно представить в виде

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0, \quad (25)$$

$$\text{где } \omega^2 = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} g. \quad (26)$$

Гипотетический период свободных колебаний, описываемых уравнением (26), будет равен

$$T \approx \frac{2\pi}{\omega} \approx 2\pi \sqrt{\frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{(m_1 l_1 + m_2 l_2) g}}. \quad (27)$$

Рассмотрим частные примеры изменения периода колебаний груза m_2 на канате при изменении переменных l_1 , l_2 , m_1 , m_2 . Результаты расчетов занесем в табл. 5.

Анализ полученных результатов позволяет предположить, что путем разбиения каната на две части, можно значительно сократить период и амплитуду колебаний груза, что позволит увеличить производительность монтажных и погрузочно-разгрузочных работ. При этом стоит заметить, что результаты расчета периода с использованием зависимости (27) подтверждают выше представленные: значение массы m_1 дополнительного груза на период колебаний существенно не влияет, большее значение имеет место расположения дополнительного груза по длине каната (см. табл. 5).

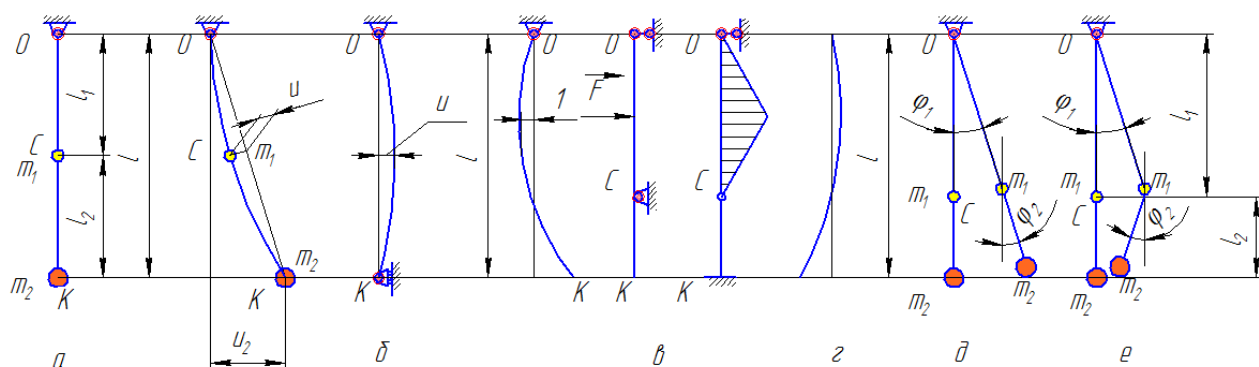


Рисунок 5 – Схемы возможных колебаний вертикального подвеса с использованием присоединенной массы

Таблица 5 – Результаты расчетов периода колебаний груза на канате

Сокращение периода колебаний, %	T , с по (5.5)	T , с по (5.54)	l , м	l_1 , м	l_2 , м	m_1 , кг	m_2 , кг
29,3	12,68	8,97	40	20	20	100	1000
29,3	12,68	8,97	40	20	20	200	1000
14,0	12,68	10,86	40	10	30	100	1000
40,0	12,68	7,67	40	30	10	100	1000
84,0	13,45	2,17	45	30	15	100	1000
19,0	13,45	10,85	45	15	30	100	1000
30,0	13,45	9,51	45	22,5	22,5	100	1000
12	8,97	7,95	20	4	16	100	1000
39	8,97	5,46	20	16	4	100	1000
10	10,99	9,94	30	5	25	100	1000
38	10,99	6,85	30	25	5	100	1000

Решение известной задачи исследования функции путем определения ее

экстремумов через частные производные, а также определение оптимальных значе-

ний переменных для получения минимальных значений функции, то есть периода колебаний T , определяемого выражением (27), представляет трудоемкую и сложную задачу. Поэтому для определения значений периода колебаний системы в зависимости от изменения начальных условий, то есть массы монтируемого груза, массы дополнительного (балластного) груза и его местоположения по длине подвеса, была написана программа для ПЭВМ, позволяющая найти оптимальные значения параметров m_1, m_2, l_1, l_2 , что в свою очередь позволит в реальных производственных условиях добиться сокращения периода и амплитуды колебаний груза, увеличения производительности монтажных и погрузочно-разгрузочных работ.

Полученные значения свидетельствуют, что при закреплении балластного груза в нижней части подвеса значительно снижается период колебаний системы «канат-груз» (в 2 – 3 раза), и согласуются со значениями, приведенными в табл. 5, рассчитанными по случайным значениям переменных.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований легли в основу заявленного на уровне изобретения устройства [2], позволяющего реализовать данный способ по уменьшению периода колебаний грузового подвеса.

Литература

1. Голдобина Л.А. Совершенствование условий и охраны труда в сельскохозяйственном строительстве за счет разработки и внедрения инженерно-технических методов и средств, обеспечивающих устойчивость системы «оператор - строительная машина - среда»: диссерт. на соиск. учен. степ. д.т.н. – СПб.: СПбГАУ, 2003, 787 с.

2. Голдобина Л.А. Патент РФ № 2835054 от 27.08. 04 г. Бюл. № 24. Устройство для гашения колебаний груза, подвешенного на канате строительного крана./ Л.А. Голдобина, А. В. Власов, В.С. Шкрабак и др. – М.: ФИПС, 2004.

3. Гернет М.М., Ратобильский В.Ф. Определение моментов инерции. – М.: Машиностроение, 1969. – 246 с.: ил.

4. Светлицкий В.А., Стасенко И.В. Сборник задач по теории колебаний: Учеб. пособие для студентов вузов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш. школа, 1970. – 368 с.: ил.

5. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: Учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука, 1980. – 272 с.: ил.

6. Черноусько Ф.Л. Оптимальное управление некоторыми колебательными системами: Теоретическая и прикладная механика, 1976, вып. 2.- Белград.

7. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения: Учеб. пособие для вузов.- 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.- 304с.

8. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки. 4-е изд., перераб.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.- 352 с.

9. Голдобина Л.А. Теоретические исследования процесса раскачивания груза на канате строительного крана и возможные способы устранения колебаний)// «Методы и средства профилактики травматизма и пожаров в АПК»: Сб. науч. труд. – СПб.: СПбГАУ, 2001.- С. 366-372.

10. Голдобина Л.А., Власов А.В., Бехбудов М.Б. Теоретическое обоснование способа, направленного на уменьшение периода раскачивания груза на канате строительного крана//Сб. науч. труд. Международной конференции г. Сумы. - Украина, 2002. – С. 15-156.

11. Курс теоретической механики. – М.: Изд-во МГТУ, 2000.- 735 с.

12. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972. – 418 с.

13. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. В 3-х т. Т. 2. Динамика.-8-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.- 640 с.

¹Голдобина Любовь Александровна – д.т.н., профессор, зав. кафедрой технической механики СПбГУСЭ, тел. (812) 680-08-61; (812) 368-40-64, E-mail: tm_06@mail.ru;

² Власов Андрей Вениаминович – к.т.н., ассистент кафедры физики и электротехники Ярославской государственной сельскохозяйственной академии, (4852) 55-72-54, e-mail: vlv@yaragrovuz.ru;

³ Бочков Андрей Леонидович – доцент кафедры технической механики СПбГУСЭ, тел. (812) 368-40-64.